Θέματα επιχειρησιακών ερευνών

Επανάληψη (ασκήσεις φ3)

1] Ορίζω $f_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν το εργοστάσιο i παράγει το παιχνίδι j} \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$

x_{ij} αριθμός παιχνιδιών τύπου j που παράγονται από το εργοστάσιο i.

Θέλω να μεγιστοποιήσω το κέρδος.

$\max\ 12(x_{11}+x_{21}) + 16(x_{12}+x_{22}) - 45000(f_{11}+f_{21}) - 76000(f_{21}+f_{22})$ (αντικειμενική συνάρτηση)

περιορισμοί
$$\frac{x_{11}}{52} + \frac{x_{12}}{38} \le 480 \quad (1)$$

$$\frac{x_{21}}{42} + \frac{x_{22}}{23} \le 720$$

$x_{11} \le 52(480) f_{11}$, $x_{12} \le 38(480) f_{12}$, $x_{21} \le 42(720) f_{21}$

$x_{22} \le 23(720) f_{22}$ $\quad x_{ij} \ge 0$

Μπορώ να το γράψω $x_{ij} \le M f_{ij}$
αλλά το M πρέπει να είναι τέτοιο ώστε να μην χάνω
τις λύσεις. Πώς το βρήκα: από την (1) βάζοντας για
$x_{12}=0$ βρίσκω $x_{11} \le 52(480)$, το ίδιο ισχύει
και για τα υπόλοιπα

Σχόλιαρα ΒΟΣ !

2] Έχω n κορυφές, n χρώματα

ορίζω $y_k = \begin{cases} 1, & \text{αν το χρώμα k χρησιμοποιηθεί} \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$

$x_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{αν η κορυφή i χρωματιστεί με το k χρώμα} \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$

$\min \sum_{i=1}^{n} y_i$ (αντικειμενική συνάρτηση)

Περιορισμοί $\sum_{k=1}^{n} x_{ik} = 1$, $i = 1 \dots n$

$x_{ik} \le y_k$

$x_{ik} + y_{jk} \le 1 \quad (i,j) \in E$

E δηλώνει το σύνολο των ακμών που συνδέονται μεταξύ τους

Χρησιμοποιούμε τον τελευταίο περιορισμό γιατί δε θέλουμε 2 διαδοχικές κορυφές να χρωματιστούν με το ίδιο χρώμα

Σχόλιο !

3) Να θυμίζω το ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΣΑΚΙΔΙΟΥ

Ορίζω $f_i(x_i)$: μέγιστο αναμενόμενο κέρδος που προκύπτει από την αποστολή x_i κοντέινερ στις πόλεις $i, i+1, \dots n$

$f_{nn}(x_{nn}) = 0$

$f_i(x_i) = \max\{r_i m_i + f_{i+1}(x_i - w_i m_i)\}$

$m_i = 0, 1, \dots \frac{w}{m_i}$

Φάση 3 $\quad i = 3$ $\quad$ βέλτιστο

x_i \ m_3	0	1	2	3	4	5	f_3^*	m_3^*
0	0	-	-	-	-	-	0	0
1	0	4	-	-	-	-	4	1
2	0	4	6	-	-	-	6	2
3	0	4	6	11	-	-	11	3
4	0	4	6	11	12	-	12	4
5	0	4	6	11	12	12	12	5

(2)

Φάση 2 $i=2$

x_2 | m_2	0	1	2	3	4	5	f_2^*	m_2^*
0	0	-	-	-	-	-	0	0
1	4	5	-	-	-	-	5	1
2	6	5+4	10	-	-	-	10	2
3	11	5+6	10+4	11	-	-	14	2
4	12	5+11	10+6	11+4	11	-	16	2
5	12	5+12	10+11	11+6	11+4	11	21	2

Φάση 1 $i=1$

x_1 | m_1	0	1	2	3	4	5	f_1^*	m_1^*
5	21	3+16	7+14	9+10	12+3	13	21	2

πολιτική
2 κοντέινερ στην πόλη 1
2 κοντέινερ στην πόλη 2
1 κοντέινερ στην πόλη 3

□

4] Μου θυμίζει τον ΠΛΑΝΩΔΙΟ ΠΩΛΗΤΗ

Ορίζω $f_i(j, S(i))$: μονάδες κατανάλωσης της βέλτιστης σειράς από το μάθημα 1 στο j όταν πρέπει να διαβάσω ενδιάμεσα τα i μαθήματα του συνόλου $S(i)$

$$f_i(j, S(i)) = \max_{k \in S(i)} \{ f_{i-1}(k, S(i) - \{k\}) + a_{kj} \}$$

- $i=0$ $f_0(2,-)=5$, $f_0(3,-)=4$, $f_0(4,-)=7$

a_{ij} από τον πίνακα

- $i=1$ $f_1(2,\{3\}) = f_0(3,-) + a_{32} = 4+2=6$
  $f_1(2,\{4\}) = f_0(4,-) + a_{42} = 7+3=10$
  $f_1(3,\{2\}) = f_0(2,-) + a_{23} = 5+6=11$

$f_1(3,\{4\}) = f_0(4,-) + a_{43} = 7+5 = 12$

$f_1(4,\{2\}) = f_0(2,-) + a_{24} = 3+4 = 9$

$f_1(4,\{3\}) = f_0(3,-) + a_{34} = 4+4 = 8$

- $\underline{i=2}$ $\quad f_2(2,\{3,4\}) = \max\{ f_1(3,\{4\}) + a_{32},\ f_1(4,\{3\}) + a_{42} \}$

$= \max\{12+2,\ 8+3\} = 14$

$f_2(3,\{2,4\}) = \max\{ f_1(2,\{4\}) + a_{23},\ f_1(4,\{2\}) + a_{43} \}$

$= \max\{10+6,\ 9+5\} = 16$

$f_2(4,\{2,3\}) = \max\{ f_1(2,\{3\}) + a_{24},\ f_1(3,\{2\}) + a_{34} \}$

$= \max\{6+4,\ 11+4\} = 15$

Τελευταία [illegible] όταν το 3.

$\boxed{\text{Βέλτιστη λύση: } 1 \to 4 \to 2 \to 3}$

∎

5| Έχω n φάσεις.

Ορίζω x_n: η ποσότητα παραγωγής (μέγεθος παρτίδας) για τη φάση n.

s_n: ο αριθμός των προϊόντων που απαιτούνται ακόμη στην αρχή της φάσης 1.

$f_n(s_n, x_n)$: συνολικό αναμενόμενο κέρδος για τη φάση n ... 3 αν το σύστημα βρίσκεται στη φάση n στην κατάσταση s_n και η απόφαση είναι x_n.

$$f_n^*(s_n) = \min_{x_n=0,1,\dots} f_n(s_n, x_n)$$

$$K(x_n) = \begin{cases} 0, & x_n = 0 \\ 3, & x_n > 0 \end{cases}$$

$$f_n(1, x_n) = K(x_n) + x_n + \left(\tfrac{1}{2}\right)^{x_n} f_{n+1}^*(1) + \left(1 - \left(\tfrac{1}{2}\right)^{x_n}\right) \cdot f_{n+1}^*(0)$$

$f^*_n(1) = 16$

Το βέλτιστο σε κάθε κατάσταση είναι το ελάχιστο x_n

Σχόλιο!

- n = 3

s_3 \ x_3	0	1	2	3	4	5	$f_3^*(x_3)$	x_3^*
0	0						0	0
1	16	12	9	8	8	8.5	8	3 ή 4

- n = 2

s_2 \ x_2	0	1	2	3	4	$f_2^*(x_2)$	x_2^*
0	0					0	
1	8	8	7	7	7.5	7	2 ή 3

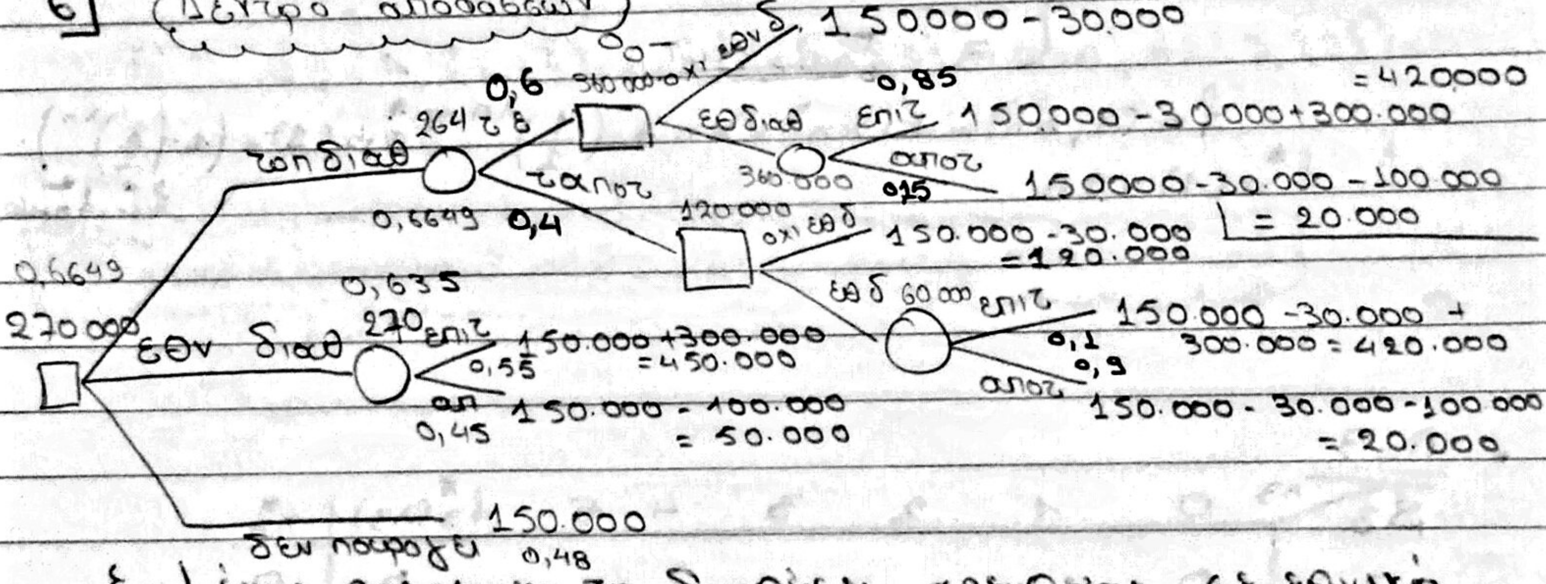
- n = 1

s_1 \ x_1	0	1	2	3	4	$f_1^*(x_1)$	x_1^*
1	7	7.5	6.75	6875	7.437	6.75	2

αναμενόμενο κόστος

στην 1η εκκίνηση παράγω 2 προϊόντα, αν είναι καλά κάποια απ'αυτά σταματάω, αν δεν είναι καλό πάω στην επόμενη φάση (εκκίνηση 2η) παράγω 2 ή 3 προϊόντα αν κάποια απ'αυτά είναι καλά σταματάω αν δεν είναι καλά πάω στην τελευταία φάση (εκκίνηση 3η) παράγω 3 ή 4 προϊόντα. Αν κάποια απ'αυτά τα προϊόντα δεν είναι καλά, είμαι στην χειρότερη κατάσταση με αναμενόμενο κόστος $f_n^*(1)=16$ □

6] Δέντρο αποφάσεων



Επομένως, πρέπει να το διαθέσει απευθείας σε εθνικό επίπεδο.

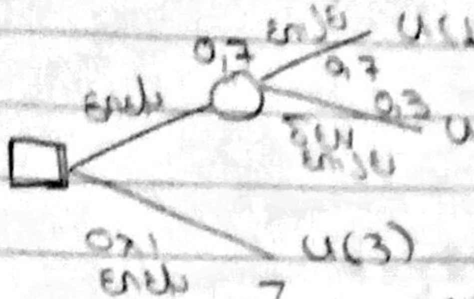
Αν αποφασίσει να το διαθέσει τοπικά: αν έχει τοπική επιτυχία τότε πρέπει να το διαθέσει εθνικά, αν έχει τοπική αποτυχία, τότε πρέπει να μην το διαθέσει εθνικά.

Αντί να χρησιμοποιήσω τις ακριβείς τιμές θα μπορούσα να χρησιμοποιήσω τις συναρτήσεις χρησιμότητας U, και θα πάω ξανά προς τα πίσω παίρνοντας πάντα το max.

Να το κάνω

□

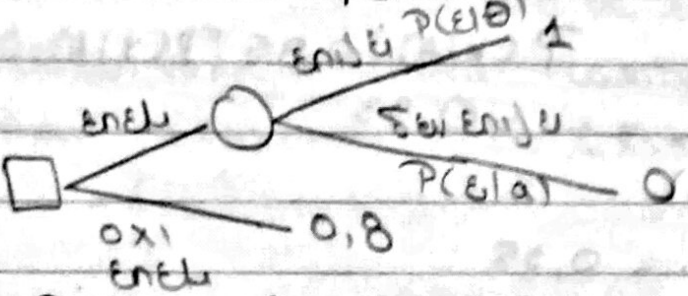
7) Πρέπει να αποφασίσει αν θα κάνει την επέμβαση ή όχι.



Το u(3) πρέπει να είναι μικρότερο από το u(3) 0,7 ώστε να μην γίνει η επέμβαση

$\boxed{u(3) < 0,7}$

Για $u(3) = 0,8$



επιζεί   θετικό test

Θέλω να βρω τις εξής πιθανότητες $P(\text{επι}|\Theta)$ και $P(E|a)$

Μας δίνει $P(\Theta|\text{ωσθε}) = 0,9$ $P(\Theta|\text{δεν επιζ}) = 0,1$

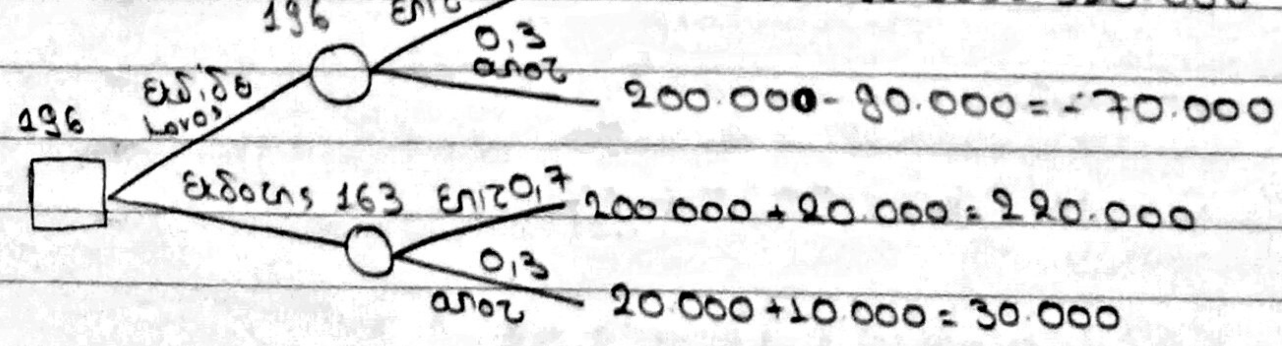
$$P(\text{επιζει}|\Theta) = \frac{P(\Theta|\text{επιζ})P(\text{επιζει})}{P(\Theta|\text{επιζ})P(\text{επιζει}) + P(\Theta|\text{δεν επι})P(\text{δεν επιζει})} =$$

$= 0,945$

Αν το test θετικό κάνει την επέμβαση

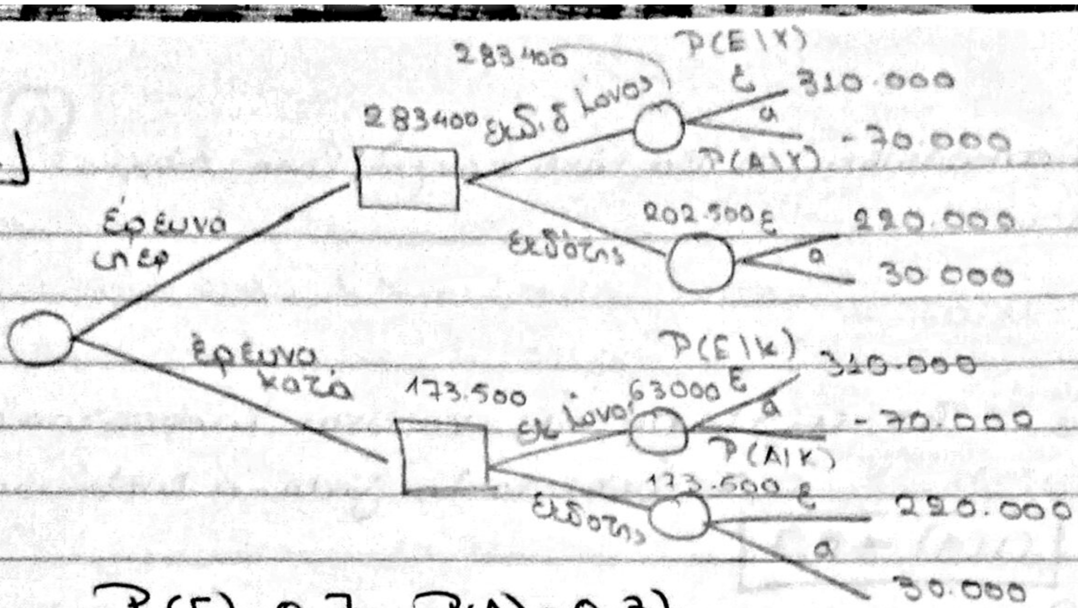
□

8) 1) Πρέπει να αποφασίσει αν θα το εκδώσει μόνος ή εκδότης



1

2)



$P(E)=0,7 \quad P(A)=0,3$

$P(K|E)=0,2, \quad P(Y|E)=0,8, \quad P(K|A)=0,85, \quad P(Y|A)=0,15$

$$P(E|Y)=\frac{P(Y|E)P(E)}{P(Y|E)P(E)+P(Y|A)P(A)}=\ldots=0,93$$

$$P(E|K)=\frac{P(K|E)P(E)}{P(K|E)P(E)+P(K|A)P(A)}=\ldots=0,35$$

$P(Y)=0,605$

Αν είναι η έρευνα υπέρ θα το εκδώσει μόνος του. Αν είναι κατά θα το εκδώσει ο εκδότης. □